Integração por partes

- A integração por partes é uma técnica de simplificação de integrais de forma

$$\int f(x)g(x)dx$$

- Ela é útil quando f pode ser derivada repetidamente e g pode ser integrada repetidamente sem dificuldade.



Integração por partes

- As integrais $\int x\cos x\,dx$ e $\int x^2 e^x\,dx$ são integrais desse tipo porque $f(x)=x$ ou $f(x)=x^2$ podem ser derivadas repetidamente para se tornarem zero, e $g(x)=\cos x$ ou $g(x)=e^x$ podem ser integradas repetidamente e sem dificuldades.



Fórmula da Integração por partes

$$\int f(x)g'(x)\,dx = f(x)g(x) - \int g(x)f'(x)\,dx$$

- É mais fácil lembrar da fórmula se a escrevemos na forma diferencial. Seja u = f(x) e v = g(x), então du = f'(x) e dv = g'(x) e substituindo obtemos:

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$



Exemplo 1

Calcule:

- a) $\int x \cos x dx$
- b) $\int x^2 e^x dx$



Dicas de escolha para u e dv

- O objetivo da integração por partes é ir de uma integral $\int u\,dv$ que não imaginamos como calcular para uma integral $\int v\,du$ que podemos calcular.
- Geralmente escolhemos dv com a maior parte do integrando, incluindo dx, que pode ser facilmente integrado e u é a parte restante.



Exemplo 2

- Calcule $\int e^x \cos x \, dx$



Exemplo 3

- a) Obtenha uma fórmula que expresse a integral

$$\int \cos^n x\,dx$$

  em termos de uma integral de uma potência mais baixa de cos x.
- b) Calcule $\int \cos^3 x\,dx$



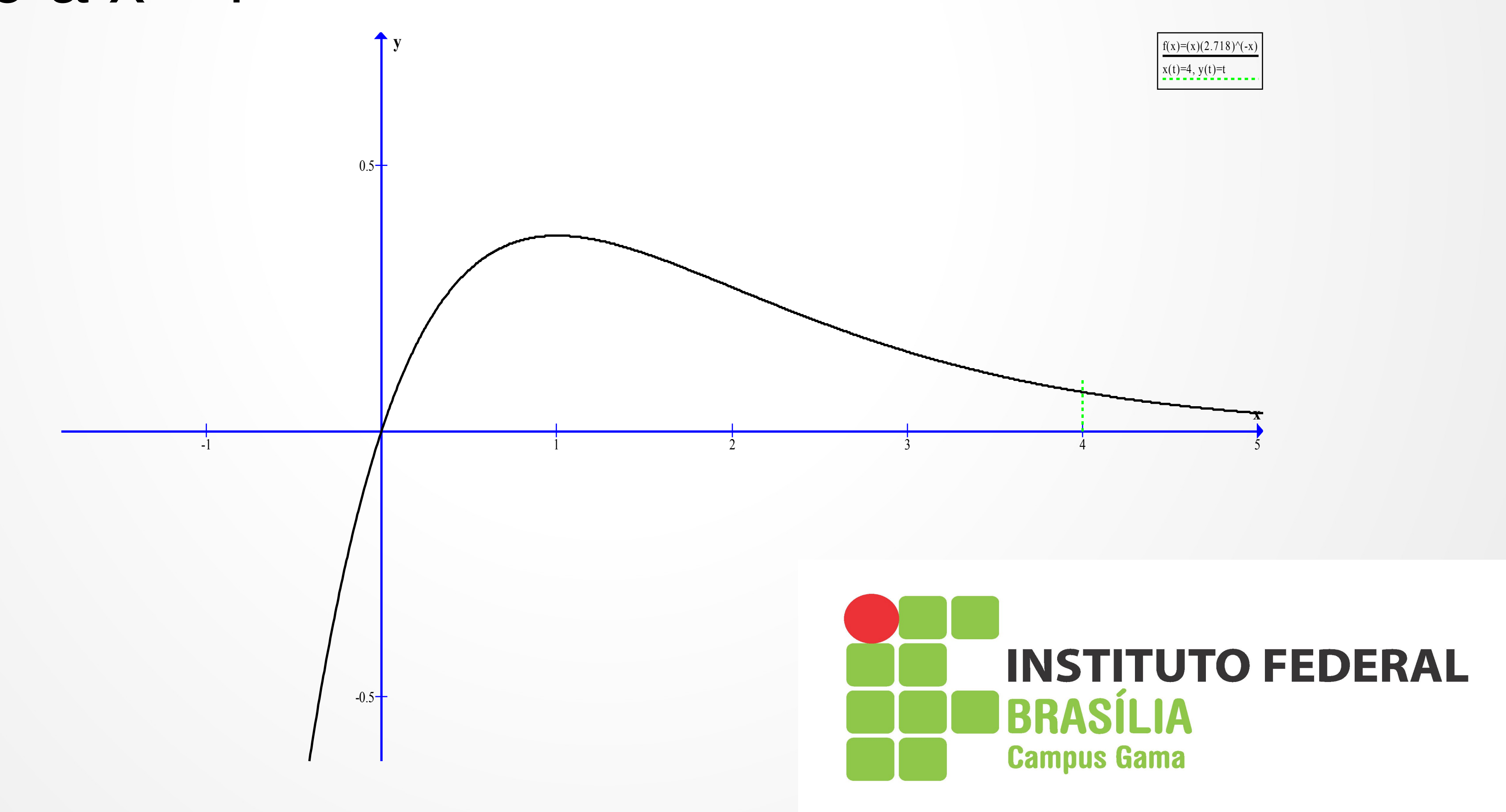
Fórmula de integração por partes para integrais definidas

$$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx = f(x)g(x)\Big]_a^b - \int_a^b g(x)f'(x)\,dx$$



Exemplo 4

- Determine a área da região delimitada pela curva $y = xe^{x}$ e pelo eixo das abscissas de x = 0 a x= 4



Integração de funções racionais por frações parciais

- Para escrever uma função racional $f(x)/g(x)$ como a soma de frações parciais devemos:

  - Ter o grau de f(x) menor que o de g(x). Isto é a fração deve ser própria. Se não for, divida f(x) por g(x).

  - Conhecer os fatores de g(x).



Exemplo 5

- Use frações parciais para calcular

$$a)\int \frac{6x+7}{(x+2)^2}dx$$

$$b)\int \frac{x^2+4x+1}{(x-1)(x+1)(x+3)}dx$$

$$c)\int \frac{2x^3-4x^2-x-3}{x^2-2x-3}dx$$

